

Barem de corectare și notare

S 1	S2	S3	S4	S5	S6
d	d	b	c	d	e

7) a) În triunghiul ABD avem că $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. În triunghiul ACD avem că $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$. Adunând cele două relații membru cu membru obținem : $2 \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$. Dar $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{0}$. De unde rezultă egalitatea cerută. (5p)

b) Fie E și F mijloacele lui AC respectiv AB. Avem : $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BF}$,
 $\overrightarrow{GC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$. (5p)

Adunând cele trei relații membru cu membru obținem egalitatea cerută (5p)

8) a) $a_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} \dots \dots \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$. Reducând termenii asemenea obținem că $a_n =$
 $= 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$.

Avem că $\sqrt{n} < \sqrt{n+1}$ de aici rezultă că $\frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ (8p)

b) $a_n \in \mathbb{Q}$ dacă $\sqrt{n+1} \in \mathbb{N}$. De aici rezultă că $n \in \{3, 8, 15\}$ (7p)