



ELIE RADU (1853-1931)
Pedagog, academician și inginer român

SUBIECTUL I (60p)

Pentru problemele 1)-6) alegeți varianta corectă de răspuns:

1) (10p) Mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care expresia

$$f(x) = \log_{\frac{x}{2}-1}(-x^2 + 7x - 10) \text{ este bine definită, este:}$$

a) $(2,5)$; **b)** $(2, \infty)$; **c)** $[2,5]$; **d)** $(2,5) \setminus \{4\}$; **e)** $\mathbb{R}$

2) (10p) Numărul real $a = 5^{\log_5 4 + \log_{\sqrt{5}} 2 - \frac{1}{2} \log_{25} 256}$ este egal cu:

a) 5 ; **b)** 1 ; **c)** 4 ; **d)** 0 ; **e)** -1

3) (10p) Se consideră numărul complex $z = \frac{2+i}{1+3i}$. Atunci numărul z^6 este:

a) pur imaginari ; **b)** real, strict pozitiv ; **c)** egal cu 0 ; **d)** întreg ; **e)** real, strict negativ

4) (10p) Se consideră numerele reale $a = \log_3(\sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{19})$ și

$b = \log_3(\sqrt[3]{10000} + \sqrt[3]{1900} + \sqrt[3]{361})$. Atunci media aritmetică a acestora este egală cu:

a) 6 ; **b)** 2 ; **c)** 4 ; **d)** -2 ; **e)** 10

5) (10p) Se consideră ecuația $x^2 + ax + 25 = 0$, cu $a \in \mathbb{R}$.

Dacă numărul complex $z = (2i - 1)^2$ este una dintre soluțiile ecuației, atunci numărul real a are valoarea:

a) 0 ; **b)** 2 ; **c)** -5 ; **d)** 6 ; **e)** -2

6) (10p) Se consideră ecuația $(m + 1)x^2 - (3m - 4)x + 4 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

Mulțimea valorilor parametrului real m pentru care ecuația are două soluții complexe, conjugate, este:

a) $\emptyset$; **b)** $(-\infty, \frac{40}{9}) \setminus \{-1\}$; **c)** $(0, \frac{40}{9})$; **d)** $(0, \infty)$; **e)** $(\frac{40}{9}, \infty)$

SUBIECTUL II (30p)

Pentru problemele 1)-2) se cer rezolvările complete:

1) Se consideră numărul real $a = \sqrt[3]{\sqrt{66} + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{66} - \sqrt{2}}$.

a) (7p) Să se demonstreze că $a^3 - 12a - 2\sqrt{66} = 0$.

b) (8p) Să se demonstreze că $\log_2(a^2 - 12) + \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{a}\right) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{a}}a > 3$

2) a) (7p) Se consideră numărul complex $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n$, cu n număr natural.
Să se demonstreze că $|z|=2$ pentru orice valoare pară a numărului natural n .

b) (8p) Se consideră numerele complexe $z_1 = a + bi$ cu $a, b \in \mathbb{R}, b > 0$ și $z_2 = \frac{1-\overline{z_1}}{1+\overline{z_1}}$ care au proprietatea că $z_1 - z_2$ și z_2^2 sunt numere reale. Să se demonstreze că $z_1 = z_2 = i$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 2 ore și 30 minute.

Succes!