



ELIE RADU (1853-1931)
Pedagog, academician și inginer român

SUBIECTUL I (60p)

Pentru problemele 1)-6) alegeți varianta corectă de răspuns:

1) (10p) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Atunci matricea $(A + B)^2$ este egală cu:

a) $A^2 + 2AB + B^2$; **b)** $2A + 2B$; **c)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; **d)** $A^2 + B^2$; **e)** AB

2) (10p) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$. Suma elementelor matricei A^{2026} este egală cu:

a) -2 ; **b)** -12^{1013} ; **c)** $-2 \cdot 6^{1013}$; **d)** 0 ; **e)** 12^{1013}

3) (10p) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4^x & \log_3(4 - y) \\ \sqrt{1+t} + t & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$,

$A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Dacă $A = B$, atunci suma $x + y + t$ are valoarea:

a) $\frac{9}{2}$; **b)** $\frac{91}{6}$; **c)** 1 ; **d)** 0 ; **e)** $\frac{43}{6}$

4) (10p) Dacă $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\log_2 \left(\frac{1}{3-x} \right) + \frac{x^2+2x+9}{3x^2-1} \right) = L$, atunci L este egală cu:

a) $-\infty$; **b)** ∞ ; **c)** 0 ; **d)** nu există ; **e)** 1

5) (10p) Mulțimea valorilor reale ale parametrului a pentru care $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+a}}{x+\sqrt{a}} = 0$, este:

a) $\mathbb{R}$; **b)** $\emptyset$; **c)** $\{0\}$; **d)** $[0, \infty)$; **e)** $\{0,1\}$

6) (10p) Valorile parametrilor reali a, b pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + 1} + x + b) = 1$ sunt:

a) $a = -1, b = 1$; **b)** $a = 1, b = 0$; **c)** $a = 1, b = 1$; **d)** $a = 1, b = 2$; **e)** nu există

SUBIECTUL II (30p)

Pentru problemele 1)-2) se cer rezolvările complete:

1) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{pmatrix}$, $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) (7p) Demonstrați că $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ dacă și numai dacă $a \cdot c = 0$

b) (8p) Demonstrați că **nu** există nicio matrice $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ care să aibă proprietatea $A^3 \cdot X - X \cdot A^3 = B$

2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată de legea $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9x+20}{\sqrt{5-x}-1} & , \ x < 4 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} - 2^a & , \ x \geq 4 \end{cases}$

a) (7p) Determinați valoarea parametrului real a pentru care funcția f are limită în punctul $x = 4$

b) (8p) Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{-x}}{f(x)}$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru 2 ore și 30 minute.

Succes!